

О ПРИМЕНИМОСТИ ТОЧЕЧНОЙ ЭЛАСТИЧНОСТИ СПРОСА ПО ЦЕНЕ ДЛЯ БИРЖЕВЫХ ТОРГОВ ПО ДОЛЛАРУ США

Валентина Васильевна ТАРАСОВА

экономический факультет,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Василий Евгеньевич ТАРАСОВ

доктор физико-математических наук,
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Аннотация. В статье анализируется эластичность объемов (Q) биржевых торгов по доллару США с расчетами «сегодня» по отношению к средневзвешенному курсу (P) доллара США к рублю на торгах ЕТС. Рассматривается период с января по декабрь 2015 года. Показывается ограничения на применимость понятия точечной эластичности, обусловленные неоднозначностью функций $Q=Q(P)$.

Введение

Одним из важнейших экономических индикаторов является эластичность. Например, эластичность спроса по цене показывает относительное изменение спроса в зависимости от изменения цены при неизменности других факторов. Точечная эластичность спроса характеризует относительное изменение величины спроса при бесконечно малом изменении цены. Точечная эластичность спроса Q при цене $P=P_0$ часто определяется уравнением

$$E_1(Q(P); P_0) = \left(\frac{P}{Q} \frac{dQ}{dP} \right)_{P=P_0}, \quad (1)$$

где Q – величина спроса и P – цена товара. Для использования формулы (1), зависимость спроса от цены должна описываться однозначной функцией $Q=Q(P)$. Однозначность означает, что для каждого значения цены, существует лишь одно значение величины спроса. Неоднозначность функции $Q=Q(P)$ проявляется в том, что существуют не менее двух различных значений величины спроса для одного значения цены.

В общем случае, спрос не может быть представлен как однозначная функция цены. Можно лишь утверждать, что спрос и цена являются однозначными функциями времени. В общем случае, спрос и цену следует рассматривать как функции от переменной t . В этом случае, точечная эластичность спроса от цены будет определяться формулой

$$E_2(Q; P; t_0) = \left(\frac{P(t)}{Q(t)} \frac{dQ(t)/dt}{dP(t)/dt} \right)_{t=t_0}. \quad (2)$$

Если спрос может быть представлен как однозначная функция цены, то используя правило дифференцирования сложной функции $dQ(P(t))/dt = (dQ(P)/dP)(dP(t)/dt)$, получим, что эластичности, определенные формулами (1) и (2), будут совпадать.

2. Неоднозначность зависимости спроса от цены

В общем случае спрос не может быть представлен как однозначная функция цены. Приведем примеры того, что спрос Q не может быть представлен в виде однозначной функцией цены P . Для этого рассмотрим как объемы биржевых торгов $Q(t)$ по доллару США (млн. долл.) с расчетами «сегодня» зависели от средневзвешенного курса $P(t)$ доллара США к рублю на торгах ЕТС с расчетами «сегодня» в 2015 году, используя данные ЦБ РФ [1].

Выбор 2015 года в качестве исследуемого периода обусловлен тем, что это первый год, в течение ко-

торого все время действовал режим плавающего валютного курса, введенного ЦБ РФ в конце 2014 года [2]. Плавающий валютный курс означает, что для курса рубля не устанавливаются какие-либо уровни или темпам его изменения. В этом случае, курс иностранной валюты к рублю определяется рыночными факторами. Динамика курса рубля определяется соотношением спроса на иностранную валюту и ее предложения на валютном рынке. Действие плавающего валютного курса в течение всего 2015 года, создает условия для возможности использования понятия эластичности спроса по цене для исследований изменения спроса на валюту при изменении ее курса.

Причинами изменения валютного курса при плавающем режиме могут быть любые факторы, воздействующие на изменение этого соотношения [2]. Например, на валютный курс могут оказывать влияние изменение импортных и экспортных цен, процентных ставок, настроения и ожидания инвесторов, изменение денежно-кредитной политики центральных банков. По нашему мнению [8, 9], следует учитывать, влияния фактора памяти на изменения спроса на валюту. Покупатели валюты обладают памятью и могут помнить предыдущие изменения курса валюты и спроса на неё, и, как следствие, они будут учитывать эти изменения при принятии решения о покупке валюты, а это будет приводить к изменениям спроса.

Используя данные Центрального Банка РФ [1] за 2015 год, нами были построены параметрические кривые, задаваемые системой из двух уравнений, $y=Q(t)$, $x=P(t)$, где t – время в сутках. Координатами точек этих кривых по оси X являются значения средневзвешенного курса доллара США к рублю (руб./долл.) на торгах ЕТС с расчетами «сегодня» [1]. По оси Y – объемы биржевых торгов по доллару США (млн. долл.) с расчетами «сегодня» [1]. Для построения зависимостей Q от P , мы выбрали период времени с января по декабрь 2015 года. Используя метод наименьших квадратов для интерполяции полиномами различной степени и применяя программный пакет Maple, нами были получены функции $Q(t)$ и $P(t)$.

При интерполяции полиномами второй степени мы получили функции

$$P_{2;2015}(t) = 64.88189316 - 0.1790153021 * t + 0.000925977883 * t^2, \quad (3)$$

$$Q_{2;2015}(t) = 1388.209778 + 2.716799473 * t - 0.00864275422 * t^2. \quad (4)$$

Зависимость Q от P для интерполяции полиномами второй степени представлена на Рис. 1.

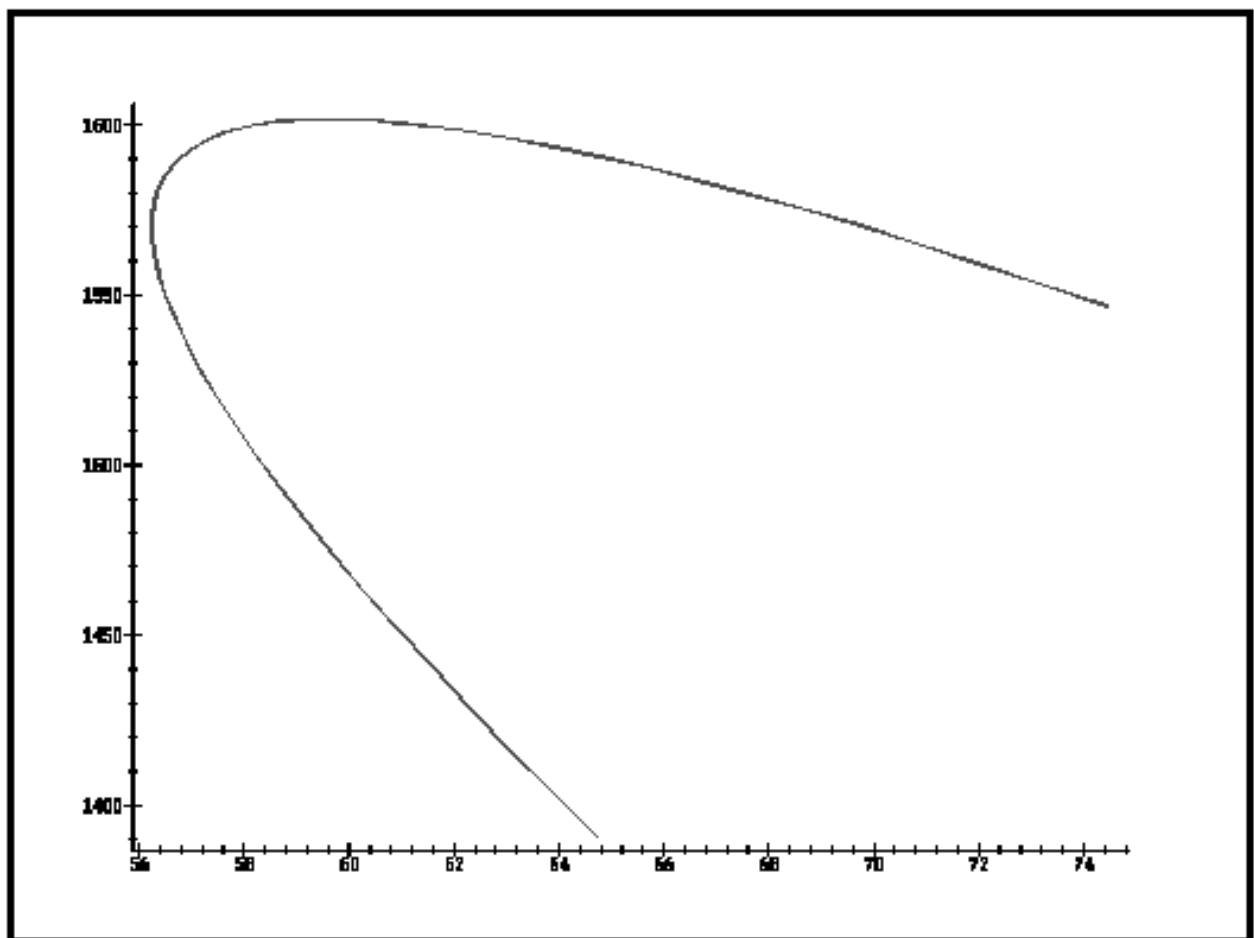


Рисунок 1 - Зависимость объема торгов от курса в 2015 году при интерполяции полиномами второй степени. По оси X отложен средневзвешенный курс доллара США к рублю (3), а по оси Y отложены объемы биржевых торгов в млн. долл. (4)

Для интерполяции полиномами четвертой степени получены функции

$$P_{4;2015}(t) = 72.64660017 - 0.5789731383 * t + 0.005382762489 * t^2 - 1.470801818 * 10^{-5} * t^3 + 8.185230508 * 10^{-9} * t^4, \quad (5)$$

$$Q_{4;2015}(t) = 1687.413412 - 23.68913955 * t + 0.5102611214 * t^2 - 0.003490237518 * t^3 + 7.495889491 * 10^{-6} * t^4. \quad (6)$$

Зависимость Q от P для интерполяции полиномами четвертой степени дана на Рис. 2.

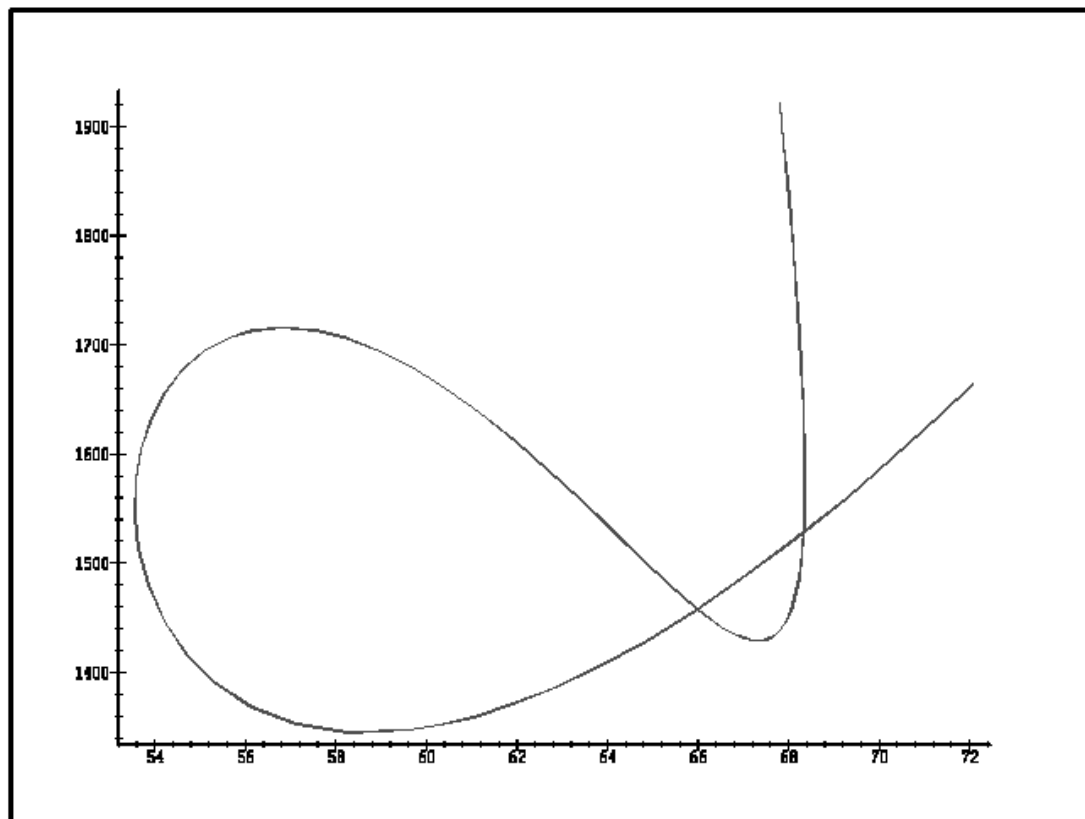


Рисунок 2 - Зависимость объема торгов от курса в 2015 году при интерполяции полиномами четвертой степени. По оси X отложен средневзвешенный курс доллара США к рублю (5), а по оси Y отложены объемы биржевых торгов в млн. долл. (6)

Для интерполяции полиномами пятой степени получены функции

$$P_{5;2015}(t) = 62.813999 + 0.6249253053 * t - 0.02972829659 * t^2 + 3.77443186 * 10^{-4} * t^3 - 1.843501106 * 10^{-6} * t^4 + 3.112077876 * 10^{-9} * t^5, \quad (7)$$

$$Q_{5;2015}(t) = 1453.493289 + 4.951915585 * t - 0.3250400490 * t^2 + 0.005839140988 * t^3 - 3.655620704 * 10^{-5} * t^4 + 7.403713703 * 10^{-8} * t^5. \quad (8)$$

Зависимость Q от P для интерполяции полиномами пятой степени представлена на Рис. 3.

Для интерполяции полиномами десятой степени получены функции

$$P_{10;2015}(t) = 62.46303008 + 0.8878227607 * t - 0.06049730614 * t^2 + 0.001641946706 * t^3 - 2.553717053 * 10^{-5} * t^4 + 2.188130347 * 10^{-7} * t^5 - 7.731658130 * 10^{-10} * t^6 - 1.719309166 * 10^{-12} * t^7 + 2.398814030 * 10^{-14} * t^8 - 7.422882084 * 10^{-18} * t^9 + 7.843954989 * 10^{-20} * t^{10}, \quad (9)$$

$$Q_{10;2015}(t) = 1455.891077 + 22.80152710 * t - 1.992273696 * t^2 + 0.03172925894 * t^3 + 9.026952033 * 10^{-4} * t^4 - 3.715218575 * 10^{-5} * t^5 + 5.394812592 * 10^{-7} * t^6 - 4.124340551 * 10^{-9} * t^7 + 1.764477975 * 10^{-11} * t^8 - 3.999588582 * 10^{-14} * t^9 + 3.747681566 * 10^{-17} * t^{10}. \quad (10)$$

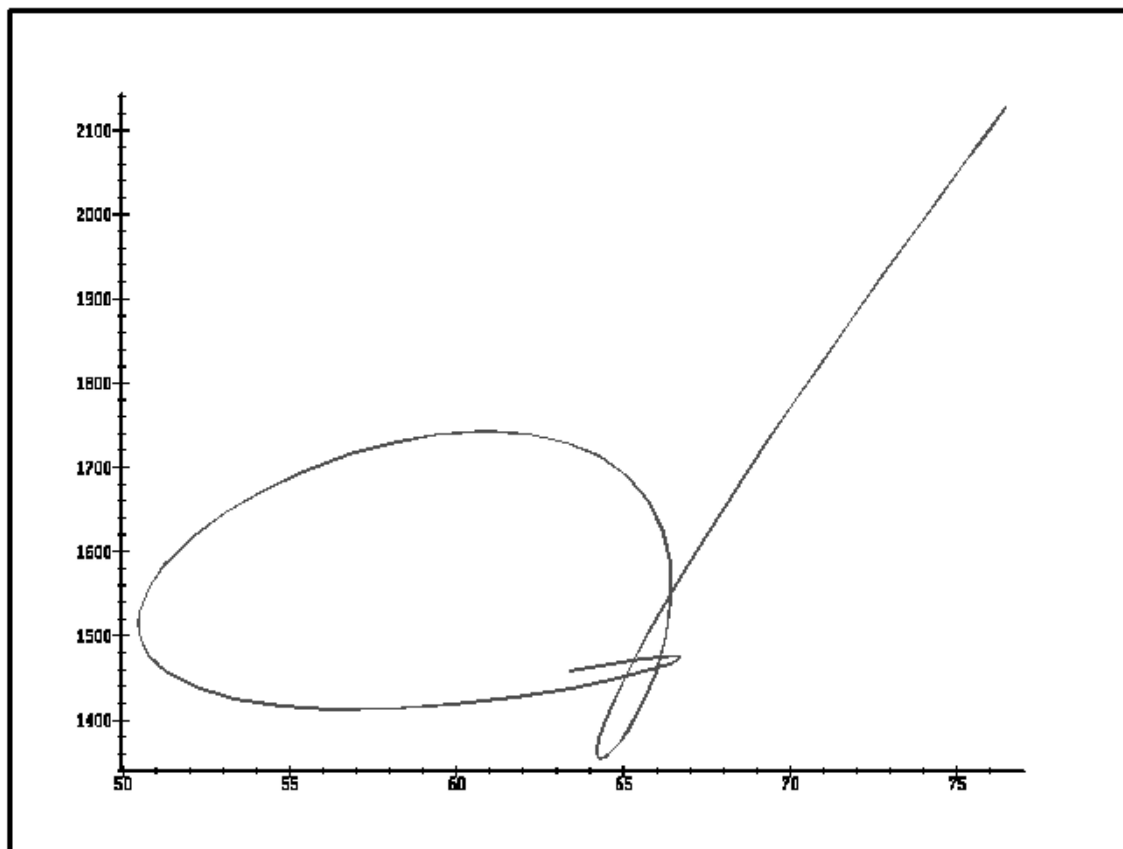


Рисунок 3 - Зависимость объема торгов от курса в 2015 году при интерполяции полиномами пятой степени. По оси X отложен средневзвешенный курс доллара США к рублю (7), а по оси Y отложены объемы биржевых торгов в млн. долл. (8)

Зависимость Q от P для интерполяции полиномами десятой степени представлена на Рис. 4. Для интерполяции полиномами двенадцатой степени получены функции

$$P_{12;2015}(t) = 3.032455997 + 33.63647539 * t - 4.976796029 * t^2 + 0.3305336244 * t^3 - 0.01206368587 * t^4 + 2.685330965 * 10^{-4} * t^5 - 3.866915646 * 10^{-6} * t^6 + 3.715346250 * 10^{-8} * t^7 - 2.403955102 * 10^{-10} * t^8 + 1.034474844 * 10^{-12} * t^9 - 2.837660350 * 10^{-15} * t^{10} + 4.489434182 * 10^{-18} * t^{11} - 3.117205622 * 10^{-21} * t^{12} \quad (11)$$

$$Q_{12;2015}(t) = 1921.393675 - 228.9122989 * t + 35.07850903 * t^2 - 2.403516088 * t^3 + 0.08853007845 * t^4 - 0.001959349262 * t^5 + 2.782660012 * 10^{-5} * t^6 - 2.627313223 * 10^{-7} * t^7 + 1.669269493 * 10^{-9} * t^8 - 7.060373874 * 10^{-12} * t^9 + 1.907307459 * 10^{-14} * t^{10} - 2.978931316 * 10^{-17} * t^{11} + 2.047269590 * 10^{-20} * t^{12}. \quad (12)$$

Зависимость Q от P для интерполяции полиномами двенадцатой степени дана на Рис. 5.

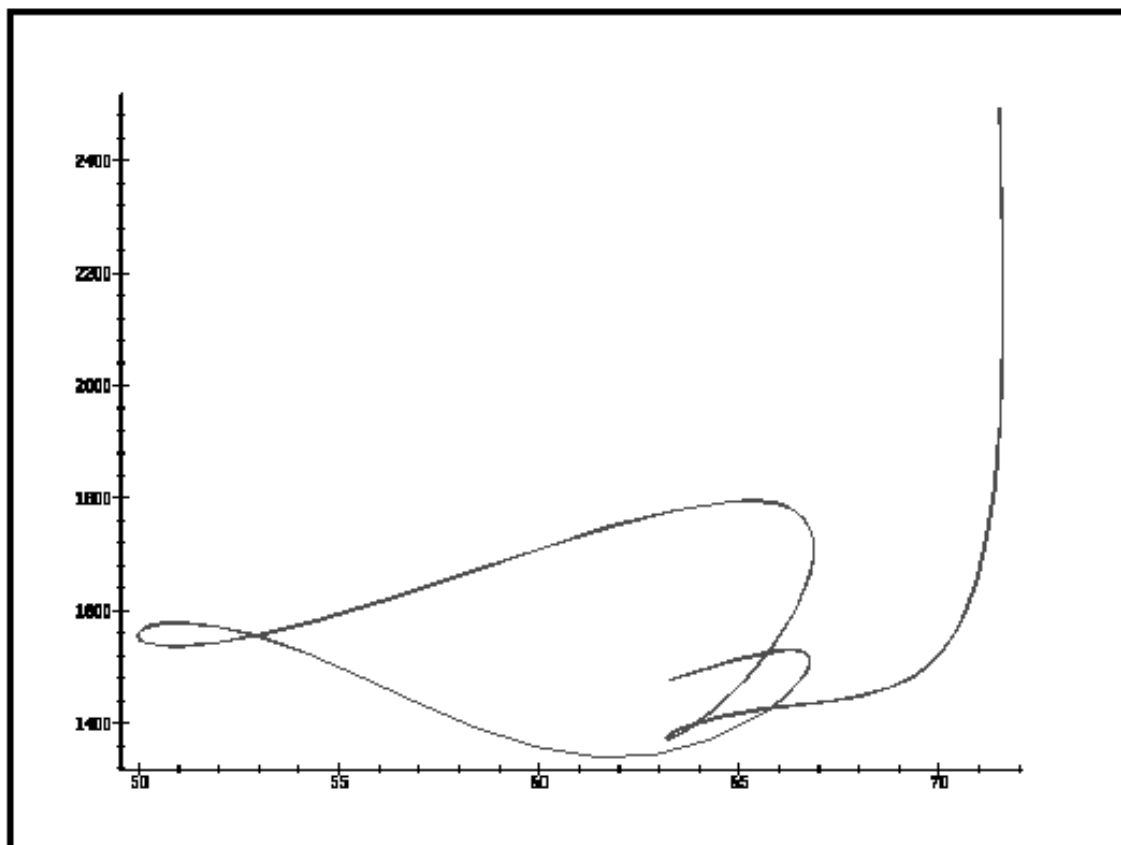


Рисунок 4 - Зависимость объема торгов от курса в 2015 году при интерполяции полиномами десятой степени. По оси X отложен средневзвешенный курс доллара США к рублю (9), а по оси Y отложены объемы биржевых торгов в млн. долл. (10).

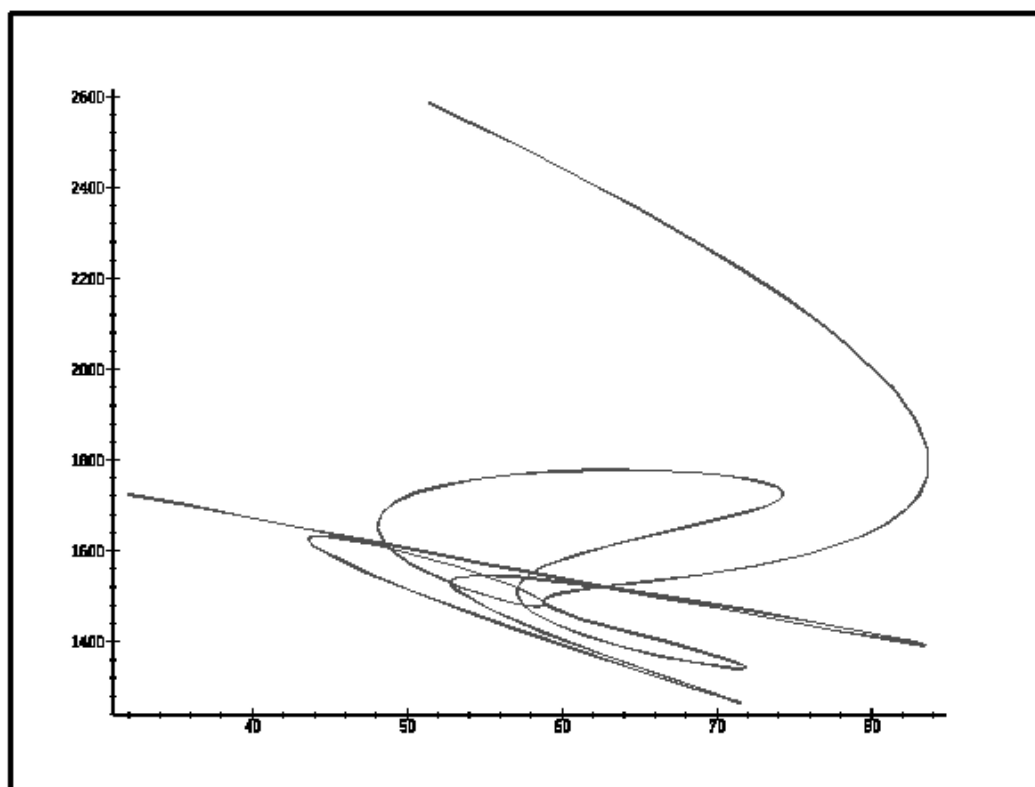


Рисунок 5 - Зависимость объема торгов от курса в 2015 году при интерполяции полиномами двенадцатой степени. По оси X отложен средневзвешенный курс доллара США к рублю (11), а по оси Y отложены объемы биржевых торгов в млн. долл. (12).

Из сравнения графиков (см. Рис. 1-5) видно, что при выборе для интерполяции полиномов большей степени, неоднозначность функции увеличивается. Очевидно, что неоднозначность исчезает полностью при выборе линейной интерполяции цены.

В случаях неоднозначной зависимости спроса от цены, нельзя использовать формулу (1). Для получения более точного экономического индикатора, следует использовать явные зависимости спроса и цены от времени. Поскольку спрос и цена являются однозначными функциями времени, то индикаторы, определяемые этими функциями, может дать более адекватный результат. Однако этого не достаточно. По нашему мнению, необходимо также учитывать и эффекты памяти.

Одним из важнейших факторов порождающих неоднозначности является наличие памяти у покупателей. Покупатели могут помнить предыдущие заметные изменения цены и спроса, и при повторных аналогичных изменениях цены реагировать уже по-другому, чем это делали ранее. В результате спрос будет другим, не смотря на аналогичные изменения цены. Поэтому возникают два различных значения величины спроса для одного значения цены, что и порождает неоднозначность функции $Q(P)$. Это приводит к необходимости использовать экономические индикаторы, которые учитывают неоднозначность зависимости спроса от цены и наличие памяти у покупателей.

Заключение

В данной статье рассматривается эластичность объемов биржевых торгов по доллару США с расчетами «сегодня» по отношению к средневзвешенному курсу доллара США к рублю на торгах ЕТС. Показана неоднозначность функции величины спроса (объемов биржевых торгов) от цены (средневзвешенного курса). Это приводит к тому, что формула (1) может приводить к некорректным результатам. По нашему мнению одним из факторов, приводящих к этой неоднозначности, является тот факт, что стандартная точечная эластичность спроса по цене не учитывает, что покупатели обладают памятью и могут помнить, как менялся спрос и цена ранее. Стандартная точечная эластичность применима только, когда все покупатели валюты обладают полной амнезией и ничего не помнят из того, что происходило с курсом рубля к доллару и спросом на валюту ранее. В качестве математического инструмента для обобщения понятия эластичности, может использоваться теория производных нецелого порядка [3, 4]. Мы предполагаем, что индикаторы, учитывающие память у покупателей при описании их поведения, может давать более адекватные описанию экономических процессов. ■

Библиографический список

1. Динамика курсов доллара США и евро к рублю и показатели биржевых торгов // Центральный банк Российской Федерации. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.cbr.ru/hd_base/?PrtId=micex_doc
2. Политика валютного курса Банка России // Центральный Банк Российской Федерации. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.cbr.ru/dkp/?PrtId=e-r_policy
3. Kilbas, A.A.; Srivastava, H.M.; Trujillo, J.J. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: Elsevier, 2006. – 540с.
4. Tarasov, V.E. *Fractional Dynamics: Applications of Fractional Calculus to Dynamics of Particles, Fields and Media*. New York: Springer, 2011. – 505с.
5. Tarasov, V.E. No violation of the Leibniz rule. No fractional derivative // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2013. – Vol. 18. – № 11. – P. 2945-2948.
6. Tarasov, V.E. Leibniz rule and fractional derivatives of power functions // *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. – 2016. – Vol. 11. – № 3. – P. 031014. 4 с.
7. Tarasov, V.E. On chain rule for fractional derivatives // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2016. – Vol. 30. – № 1-3. – P. 1-4.
8. Tarasova, V.V.; Tarasov V.E. Elasticity for economic processes with memory: Fractional differential calculus approach // *Fractional Differential Calculus*. – 2016. – Vol. 6. – № 2. – P. 219-232.
9. Тарасова, В.В.; Тарасов, В.Е. Ценовая эластичность спроса с памятью // *Экономика, социология и право*. – 2016. – № 4-1. – С. 98-106.